

**FORCE** (Lat. *vis, potentia*; All. *Krafft*; Angl. *Force, strength*; It. *forza*)

Cette notion fondamentale permet aujourd'hui de décrire l'action d'un corps sur un autre. Elle permet aussi l'étude des champs, tel le champ électromagnétique, puisque pour ceux-ci une force est définie en chaque point de l'espace. La définition d'une force comprend deux parties. La première, purement mathématique, exprime que la force se comporte comme un vecteur, c'est-à-dire qu'elle a une certaine intensité, sa norme, et qu'elle agit suivant une certaine direction dans un certain sens et obéit à la loi du parallélogramme comme l'avait montré Newton. La seconde partie de la définition permet la mesure d'une force en la comparant à une force unitaire. La force unitaire choisie est souvent une force de pesanteur et la comparaison se fait au moyen d'une balance. C'est Newton qui, le premier, a présenté un concept abstrait de force qui regroupe des phénomènes aussi disparates que la gravitation ou pesanteur, l'électricité, le magnétisme, et les forces de résistance. Ses prédécesseurs avaient déjà énoncé des propriétés de forces spécifiques, comme la pesanteur ou le magnétisme, mais n'en avaient pas extrait un concept général qui précise ce qui est commun à toutes les forces. A l'époque des lumières, le vocabulaire concernant la force n'est pas encore fixé et il convient de prendre en compte de nombreux termes: en latin *vis, virtus, potentia*, mais aussi *momentus*; en français *force, puissance, vertu, moment, action, effort, énergie, travail* et *pression* et leur équivalents dans les autres langues européennes. Chacun d'eux peut, généralement ou occasionnellement, recouvrir ce que l'on nomme force à l'heure actuelle et réciproquement *ce terme obscur de force*, ainsi nommé par d'Alembert, peut parfois désigner l'énergie ou le travail. L'œuvre de ce siècle est de distinguer et préciser, au point de leur donner une expression mathématique, les notions actuelles de quantité de mouvement, de force, de pression et de moment, mais aussi celles d'énergie, de puissance et de travail. Il laissera le siècle suivant démêler celles de tension et de cisaillement.

**Force d'inertie:** "propriété qui est commune à tous les corps de rester dans leur état, soit de repos ou de mouvement, à moins que quelque cause étrangère ne les en fasse changer" (D'Alembert, *Encyclopédie*). L'expression traduit la *vis insita* introduite par Newton dans les *Principia* pour rendre compte du principe d'inertie qui avait été énoncé par Descartes, en 1644, dans ses *Principes de philosophie*, en même temps que la conservation de la quantité de mouvement. C'est à cette dernière ( $m\vec{v}$ ) produit de la masse par le vecteur vitesse, que pensent la plupart des auteurs de ce siècle lorsqu'ils parlent de *force d'inertie*. Seul Euler s'insurge en 1750 : "c'est très mal à propos, que

quelques-uns nomment l'inertie la force d'inertie. Car, puisque l'effet de l'inertie consiste dans la conservation du même état, et que celui des forces tend à changer l'état des corps, il est évident que ces deux effets sont directement contraires entr'eux," (*Recherches sur l'origine des forces*). Autre effet de l'inertie, la *Force centrifuge* avait été étudiée par Huygens, en 1659 (*de vi centrifuga*). Newton en avait déduit que la Terre en rotation sur son axe, devait être aplatie aux pôles. Deux grandes expéditions envoyées par l'Académie des Sciences, l'une à Quito (sur l'équateur) à laquelle participent P. Bouguer et la Condamine en 1735 et l'autre en Laponie (sur le cercle polaire) avec Maupertuis et Clairaut en 1736 ont pour objectif de mesurer un arc de méridien et de vérifier l'affirmation de Newton. Cette recherche a des implications dans d'autres domaines, car l'idéalisation faite pour donner prise au calcul et trouver l'expression de cet aplatissement est celle d'une sphère liquide mise en rotation comme en témoigne la *Théorie de la figure de la Terre, tirée des principes de l'hydrostatique* de Clairaut en 1743. Ce sujet continuera à être étudié tout au long du siècle jusqu'à Laplace et Legendre.

**Forces mouvantes:** "ce que d'autres appellent puissances mécaniques. Ce sont les machines simples dont on fait mention dans les éléments de statique" (D'Alembert, *Encyclopédie*). Ces machines simples comprennent le levier, le plan incliné, la vis, le coin, la poulie et sont étudiées depuis l'Antiquité suivant les *Mécaniques* du pseudo-Aristote. Cette étude ramenait toutes leurs propriétés à la loi archimédienne du levier. En 1725, P. Varignon, poursuivant une idée qu'il avait émise en 1687, bouscule cette habitude de plus de 1000 ans et propose de ramener ces propriétés à la loi de composition ou loi du parallélogramme des forces. Un an après, Daniel Bernoulli suivant en cela son père Johann, reproche à Varignon de démontrer la loi de composition des forces au moyen de la loi de composition des mouvements ou vitesses, confondant ainsi deux quantités physiques différentes mais toutes deux vectorielles et obéissant donc à la loi de composition du parallélogramme. Daniel Bernoulli publie à cette occasion un travail très moderne dans lequel le souci de donner une preuve purement géométrique de la loi de composition des forces en statique, l'entraîne vers une démonstration proche de celle que l'on donne actuellement pour la composition vectorielle. Cette démonstration sera revue et améliorée à plusieurs reprises au cours du siècle, en particulier par d'Alembert et par Daviet de Foncenex en 1761.

Aux forces de la statique ou *forces mortes* s'opposent les **forces vives** de la dynamique qui firent l'objet d'une violente querelle. Qualifiée finalement de *dispute de mots* par d'Alembert en 1742 dans son *Traité de dynamique*, de *logomachie* en 1745 par Euler dans un article sur *la force de*

*percussion*, et longuement commentée par Kant en 1747, cette querelle est due à ce que tous les protagonistes ont en partie raison, mais ne parlent pas de la même chose. S'ajoute à cela le fait que lorsque Descartes appliquait sa loi de conservation de la quantité de mouvement, il ne tenait pas compte du caractère vectoriel de cette dernière et obtenait des lois de choc complètement erronées. Cette erreur attira les foudres de Leibniz qui, en 1698, soutenait que la quantité de mouvement, proportionnelle à la vitesse, n'était pas conservée mais bien la *force vive* proportionnelle au carré de la vitesse. Leibniz pensait à une énergie ( $\frac{mv^2}{2}$ ) lorsqu'il parle de *force vive*. Bien que l'étude des lois de choc avaient fait comprendre à Huygens, en 1662 déjà, que si l'on définissait vectoriellement la quantité de mouvement, celle-ci est conservée tout comme l'énergie, la communauté scientifique continue à se quereller durant la première moitié du siècle pour savoir si la force est proportionnelle à la vitesse ou à son carré. Le fait que l'énergie soit une quantité scalaire alors que la quantité de mouvement et la force sont des quantités vectorielles ajoute à l'incompréhension. L'addition des forces suivant la loi vectorielle du parallélogramme est admise avec difficulté par certains car elle entraîne que la force résultante est plus petite que la somme algébrique des composantes. La querelle se poursuit malgré l'explication publiée en 1726 par Daniel Bernoulli dans le premier volume des *Commentarii de l'Académie de Saint-Petersbourg*.

**Force accélératrice**, expression introduite par Newton pour décrire l'augmentation de vitesse par unité de temps sous l'effet de la force (*Principia*, *Définition VII*) et qui débouchera sur la relation  $\vec{F} = m\vec{a}$ . La première expression différentielle de cette relation est donnée par Jacob Hermann dans sa *Phoronomia* en 1716 sous la forme:  $dc = p dt$  où  $c$  est la *celeritas* (vitesse),  $p$  la *potentia* (puissance ou force) et  $t$  le temps. En 1736, Euler, devenu maître dans l'utilisation du calcul différentiel, étend à la dynamique la force bien connue de la statique en disant: "En statique, où tout est supposé rester en repos, toutes les forces gardent toujours leur même direction. En mécanique" (i.e. dynamique), "comme le corps change perpétuellement de lieu, les forces qui agissent sur lui changent perpétuellement de direction." Il poursuit: "en cela la mesure des forces en mécanique diffère de la statique, où elles gardent toujours la même grandeur, en mécanique tout comme elle peut avoir changé de direction lorsque le corps a changé de lieu, sa grandeur peut également avoir changé suivant une certaine loi." (*Mechanica*). C'est encore Euler qui, en 1750, dans sa *Decouverte d'un nouveau principe de mécanique*, fait progresser le formalisme mathématique. En projetant sur trois plans orthogonaux, la relation de Hermann et en tenant compte des propriétés vectorielles de ses éléments, il

obtient les trois équations:  $2 M ddx = P dt^2$  ;  $2 M ddy = P dt^2$  ;  $2 M ddz = P dt^2$  . Le 2 qui figure dans ces relations provient d'une définition de la vitesse due à Huygens. En partant de la conservation de l'énergie  $mgh = \frac{1}{2} mv^2$  ce dernier exprime la vitesse en fonction d'une hauteur de chute correspondante. Tout au long du siècle des lumières, les idées de Newton à propos des forces s'ancrent progressivement dans les esprits, depuis les travaux (1733 - 1762) de Clairaut jusqu'à l'apothéose qu'est la *Mécanique céleste* (1799) de Laplace. Certains auteurs restent rétifs comme d'Alembert. Pour eux la force n'est définie que par son effet, c'est-à-dire, par le mouvement qu'elle produit. C'est la *force motrice*. Elle n'est que le produit de la masse par l'accélération ou élément de vitesse. D'Alembert sera suivi par L. Carnot et Lagrange conserve le même point de vue dans sa *Mechanique analytique* de 1788: "On entend, en général, par force ou puissance la cause, quelle qu'elle soit, qui imprime ou tend à imprimer du mouvement au corps auquel on la suppose appliquée; et c'est aussi par la quantité du mouvement imprimé, ou prêt à imprimer, que la force ou puissance doit s'estimer". Ce n'est pas le cas des autres auteurs de ce siècle contrairement à ceux du siècle suivant au point que G. Hamel pourra écrire au début du XXe siècle "J'ai rendu aux concepts de masse et de force leur ancien droit." [Celui d'être des grandeurs fondamentales ou *a priori* ] "Il n'y a pas de doute que nous avons besoin de ces objets, car sans eux il n'y a pas de mécanique. La force est plus que le produit de la masse par l'accélération, comme nous pouvons le voir dans l'équation fondamentale elle-même, puisqu'elle affirme que le produit de la masse par l'accélération est égal à la somme des forces."

Bien que muni d'un concept de force général, Newton avait restreint son énoncé au mouvement d'un point sous l'action d'une **force centrale** et du même mouvement dans un milieu résistant. Cette théorie qui occupe les deux premiers livres des *Principia* était écrite pour une force centrale quelconque. Ce n'est que dans le troisième livre, *sur le système du monde* que Newton particularise cette force centrale à l'attraction gravifique qui correspond à une force décroissant en  $\frac{1}{r^2}$  . Ce faisant il a rassemblé dans une même théorie le mouvement parabolique de chute des corps pesant énoncé par Galilée, et le mouvement elliptique des planètes décrit par Kepler. Pour retrouver ces mouvements, Newton ne doit pas savoir comment se transmet la force, il lui suffit de connaître mathématiquement la force et sa décroissance en fonction de la distance au centre d'attraction. Cette manière de considérer les choses suscite de vives réactions contre le recours à une *action à distance* et

conduit de nombreux chercheurs du début du 18<sup>e</sup> siècle à préférer l'explication du système planétaire qui avait été donnée par Descartes au moyen de tourbillons de matière entraînant les planètes dans leur mouvement. Une première confirmation de l'attraction gravifique, vient avec l'explication des marées qui fait l'objet du prix de l'Académie de Paris pour 1740, prix partagé par un cartésien, le R. P. Cavalleri et trois Newtoniens D. Bernoulli, L. Euler et C. MacLaurin. Une autre confirmation importante est le retour, en 1758, à la date prévue par Clairaut en suivant les préceptes Newtonien, de la comète qui porte le nom de Halley. A la fin du siècle, Laplace ponctue son travail par un *addendum* où il explique les phénomènes de capillarité au moyen de la théorie Newtonienne.

Les **forces électrique et magnétique** avaient été évoquées par Newton qui estimait que la décroissance de la force magnétique plus rapide que  $\frac{1}{r^2}$ . Cette affirmation a donné lieu à de nombreuses expériences faites principalement par Taylor et Hauksbee en Angleterre et par P. van Musschenbroek, en Hollande. Dès 1629, ce dernier mesure l'intensité d'une force magnétique au moyen d'une balance, montrant ainsi qu'il est l'un des premiers à avoir compris le concept de force. En effet, peser une force magnétique signifie admettre que des phénomènes aussi différents que le magnétisme et la pesanteur mettent en jeu des éléments identiques, les forces. En 1750, J. Mitchell affirme la décroissance en  $\frac{1}{r^2}$  de la force magnétique. Dix ans plus tard, Daniel Bernoulli, dans un cours qui ne fut publié qu'en 1777, et J. Priestley, en 1766, font une affirmation similaire pour l'électricité. Nous savons aujourd'hui que pour observer une décroissance de ce type, il faut isoler une charge électrique ou un pôle magnétique en utilisant un aimant très long. Dès 1720, B. Taylor souligne la difficulté rencontrée si l'on ne fait pas cette idéalisation en avouant ne pas savoir comment mesurer la distance entre le point où l'on veut mesurer la force et l'aimant: faut-il considérer la distance de ce point au centre de l'aimant ou à un de ses pôles? En 1789, Coulomb obtient les lois de forces électrique et magnétique dans le cas de pôles ou de charges isolées en comparant, cette fois, la force magnétique à une force de torsion au moyen de sa balance. La loi de Coulomb est particulière à l'idéalisation qui vient d'être évoquée car le champ de force magnétique est beaucoup plus complexe que celui dû à la gravitation qui est simplement central. L'expérience de la limaille de fer nous permet d'en observer le cours. Or le raisonnement de Newton, qui tient uniquement compte de la décroissance de la force en fonction de la distance, gomme tout ce qui concerne la propagation de la force et donc le

champ. L. Euler et D. Bernoulli l'ont bien compris et bien qu'ils soient d'ardents défenseurs des idées Newtoniennes concernant la gravitation, ils en reviennent aux tourbillons cartésiens pour rendre compte du champ magnétique. Euler espère appliquer au fluide magnétique qui tourbillonne autour de l'aimant les équations qu'il a développées en hydrodynamique. En 1759, F.U.Th. Aepinus réunit pour la première fois les phénomènes électrique et magnétique. Il construit pour le magnétisme une théorie rigoureusement parallèle à celle construite pour l'électricité par Franklin. Les fluides magnétique et électrique dont l'excès ou le défaut engendre les charges électriques ou les pôles magnétiques, y ont des propriétés semblables d'attraction à distance mais ils n'interagissent pas. Les phénomènes électriques et magnétiques ne sont pas encore corrélés. Quelques auteurs comme Tobias Mayer, en 1760, et J.H. Lambert, en 1766, essayent vainement de trouver les équations des lignes de force magnétique en partant de la force Newtonienne en  $\frac{1}{r^2}$ . Il faudra attendre les travaux de Faraday et de Maxwell au siècle suivant pour avoir une description mathématique complète du champ électromagnétique.

**Principe de moindre action :** L'idée de déduire la mécanique d'un unique principe variationnel tente Euler aux alentours de 1751. Il espère pouvoir se baser sur le principe de moindre action proposé par Maupertuis en 1744 : "Lorsqu'il arrive quelque changement dans la Nature, la Quantité d'Action, nécessaire pour ce changement, est la plus petite qu'il soit possible. La Quantité d'Action est le produit de la Masse des Corps par leur vitesse & par l'espace qu'ils parcourent." L'idée de Maupertuis est inspirée par le principe utilisé par Fermat en optique. Sous la forme qui vient d'être énoncée et avec la généralité que lui confère Maupertuis (qui en déduit aussi l'existence de Dieu!) le principe doit être amendé. Il est la cause d'une violente dispute opposant Samuel König, défendu par Voltaire à Maupertuis et qui voit l'intervention de Frédéric II. Euler prend le partis de Maupertuis et donne au principe une nouvelle forme, en 1751 dans *Harmonie entre les principes generaux de repos et mouvement*; Où il appelle effort la quantité  $\int \vec{F} \cdot d\vec{s}$  que Maupertuis appelle action et que nous appelons travail de la force  $\vec{F}$  lors du déplacement  $d\vec{s}$ . Cette idée est reprise par Lagrange dans la *Mechanique analitique*. C'est également à partir d'un principe variationnel qu'en 1744, Euler avec l'aide de Daniel Bernoulli, résout dans l'*Additamentum I de curvis elasticis* à sa *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes* le problème de la courbure d'une lame élastique posé par Jacob Bernoulli à la fin du siècle précédent. Ce problème confronte les chercheurs avec la *force élastique* alors

que dans un travail sur *la règle des maximis et des minimis appliquée à l'architecture*, Coulomb introduit, en 1773, une *force de cohésion* pour rendre compte de la difficulté éprouvée pour faire glisser l'une sur l'autre les deux parties d'un pilier qui se brise suivant une certaine direction. Ces dernières "forces" mènent à des découvertes relatives à la mécanique des milieux continus, et à l'élaboration des notions de tension et de cisaillement qui sera l'œuvre de Cauchy et de son siècle.

P. Radelet-de Grave

Bibliographie :

M. Jammer, *The Concept of Force*, Cambridge (Mass.), Harvard University Press, 1957.

G. Maltese, *La storia di "F = ma", la seconda legge del moto nel XVIII secolo*, Biblioteca di Nuncius, studi e testi VII, Firenze, Olschki, 1992.

P. Radelet-de Grave, J. Dhombres, *Contingence et nécessité en mécanique, étude de deux textes inédits de Jean d'Alembert*, in *Physis*, XXVIII (1991), nuova serie, Fasc. 1. pp. 35-114.